

**ГОРОДСКАЯ ОЛИМПИАДА  
ШКОЛЬНИКОВ  
ПО ФИЗИКЕ 2006/2007**

Саратов  
17 декабря 2006 г

### Авторы задач

8 класс	9 класс	10 класс	11 класс
1. В.Н. Шевцов	1. М.Н. Куликов	1. А.А. Князев	1. А.А. Князев
2. А.А. Князев	2. А.А. Князев	2. С.П. Кузнецов	2. А.В. Савин
3. А.А. Князев	3. Д.В. Савин	3. В.Н. Шевцов	3. М.Н. Куликов
	4. А.А. Князев	4. С.Б. Вениг	4. А.А. Князев
	5. М.Н. Куликов	5. А.А. Князев	5. А.В. Савин

Председатель жюри: С.Б. Вениг

Члены жюри: А.А. Бойков, А.А. Гребенюк, В.П. Вешнев, В.Л. Дербов, А.А. Князев, М.Н. Куликов, С.Д. Махлышева, Л.А. Мельников, М.И. Перченко, А.В. Савин, Д.В. Савин, С.А. Савонин, Е.П. Селезнев, Н.В. Станкевич, М.М. Стольниц, Д.Г. Тырсин, В.Н. Шевцов.

Оригинал-макет подготовлен А.В. Савиным

**Условия задач****8 класс****1. «Средняя скорость»**

Автомобиль первую четверть пути проехал с постоянной скоростью за половину всего времени движения. Следующую треть пути, также двигаясь с постоянной скоростью, – за четверть всего времени. Остаток пути был преодолен со скоростью  $v_3 = 100$  км/час. Какова средняя скорость автомобиля на всем пути? Чему равны скорости на первом и втором участках?

**2. «Льдина»**

Во время экспедиции на дрейфующей льдине в ней пробурили скважину для отбора проб воды. Какую толщину имеет эта льдина, если глубина до поверхности воды в скважине оказалась равной 1,5 м? Плотности льда и воды равны  $900 \text{ кг/м}^3$  и  $1000 \text{ кг/м}^3$  соответственно.

**3. «Овощехранилище»**

Ожидается, что ночью температура на улице понизится с  $0^\circ\text{C}$  до  $-5^\circ\text{C}$ . Какое минимальное количество воды, находящейся при  $0^\circ\text{C}$ , нужно вылить на бетонный пол еще не отапливаемого овощехранилища, чтобы температура в нем осталась нулевой? Какую толщину будет иметь этот слой воды? Размеры хранилища  $5 \times 10 \times 3 \text{ м}^3$ , удельная теплоемкость воздуха  $1,007 \text{ кДж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ , удельная теплота плавления льда  $333 \text{ кДж/кг}$ . Плотности воздуха и воды равны  $1,4 \text{ кг/м}^3$  и  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

**9 класс****1. «Проекция скорости»**

Проекция скорости движения некоторого тела, движущегося вдоль оси  $X$ , на эту ось, изменяется со временем так, как показано на рис. 1. В момент времени  $t=0$  тело находится в начале координат. На каком расстоянии от начала координат окажется тело через 100 с? Какой путь оно пройдет за это время?

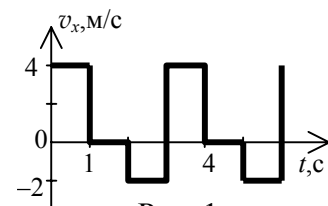


Рис. 1

## 2. «Галилей»

Галилей утверждал, что при свободном падении без начальной скорости расстояния, проходимые телом за равные последовательные промежутки времени, относятся между собой как последовательные нечетные числа:  $\Delta S_1:\Delta S_2:\Delta S_3:\dots=1:3:5:\dots$ . Докажите это утверждение и найдите, как соотносятся расстояния, пройденные за третью и шестую секунды. Сопротивлением воздуха пренебречь.

## 3. «Капля»

С очень большой высоты падает капля массы  $m$ , сила сопротивления движению которой зависит от скорости по закону  $F=kv^2$ . Определите коэффициент  $k$ , если скорость ветра постоянна на всех высотах и равна  $u$ , а в момент падения на землю скорость тела направлена под углом  $\alpha$  к горизонту.

## 4. «Ядро»

В военных записках о прусской войне против Дании (1864) отмечается, что в ночном бою “при удачном попадании в бронированный борт броненосца видели сверкание внезапно раскалившегося ядра”. Оцените, какую скорость имело перед ударом стальное ядро, если почти вся его кинетическая энергия идет на его нагрев, а передняя треть объема ядра раскаляется примерно вдвое сильнее, чем остальная часть? Удельная теплоемкость стали  $0,46$  кДж/(кг·°С), ядро начинает светиться при нагреве не менее, чем до  $700^\circ\text{C}$ .

## 5. «Три схемы»

Собрав для измерения сопротивления неизвестного резистора схему, изображенную на рис. 2а, Знайка нашел, что  $R_1=U_1/I_1=99$  Ом. Собрав затем схему, изображенную на рис. 2б, он обнаружил, что  $R_2=U_2/I_2=101$  Ом. Тогда он собрал третью схему (рис. 2в) и получил  $R_3=U_3/I_3=9,9$  кОм. Определите по этим данным сопротивление исследуемого резистора.

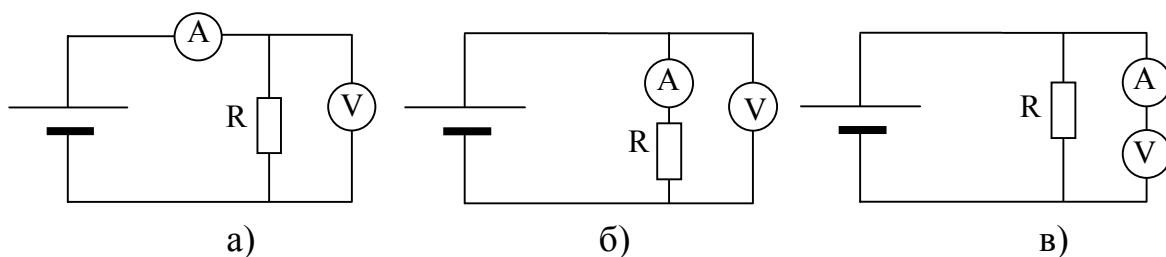


Рис. 2

**10 класс****1. «Пена»**

После энергичного встряхивания флакона, в котором оставалось немного шампуня, он оказался весь заполнен пеной. Определите плотность пены, если известно, что масса содержащегося во флаконе воздуха равна массе шампуня? Плотность воздуха 1,3 г/л, шампуня 1100 г/л.

**2. «Снаряд»**

Снаряд, выпущенный с вершины холма со скоростью  $V_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту, во время полета разорвался на две одинаковые части, при этом сразу после разрыва одна из них полетела горизонтально, а другая – вертикально. На какой высоте (относительно вершины холма) произошел разрыв, если сразу после разрыва скорости частей снаряда были равны по величине? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**3. «Нагреватель»**

В сосуд с водой температуры  $t_1=20^\circ\text{C}$  поместили электронагреватель и включили его в сеть. За первую минуту вода нагрелась на  $\Delta t_1=3^\circ\text{C}$ , но через очень длительное время вода нагрелась только до температуры  $t_2=80^\circ\text{C}$ . Когда нагреватель выключили, вода за первую минуту остыла на  $\Delta t_2=4^\circ\text{C}$ . Определите температуру окружающей среды, если известно, что теплоотдача в окружающую среду пропорциональна разности температур тела и среды.

**4. «Погрешность»**

Ученику Пете поручили измерить мощность постоянного тока, выделяемую на сопротивлении нагрузки, подключив к нагрузке амперметр и вольтметр и рассчитав мощность как  $P = U_V \cdot I_A$ , где  $U_V$  и  $I_A$  – показания приборов. Рассмотрев различные схемы включения приборов, Петя выбрал ту из них, при которой относительная погрешность используемого метода будет наименьшей, и провел измерения. Изобразите эту схему, а также рассчитайте относительную погрешность метода, если внутренние сопротивления вольтметра 1 кОм, амперметра – 10 Ом, а сопротивление нагрузки – 90 Ом.

**5. «Солнечный зайчик»**

“Солнечный зайчик” от висящего на стене плоского зеркала, имеющего форму квадрата со стороной 3 см, наблюдается на экране, установленном па-

параллельно стене. Оцените, при каком расстоянии до экрана зайчик будет иметь форму диска Солнца, а при каком – форму зеркала, если видимый угловой размер Солнца  $0,5^\circ$ , а лучи падают почти перпендикулярно стене.

## 11 класс

### 1. «Броня»

Подводная часть броненосца “Петр Великий” (1872) состояла из наружной стальной плиты толщиной 305 мм, скрепленной болтами с дубовой “подушкой” толщиной 330 мм. Оцените, во сколько раз ослаблялась сила удара снарядов за счет наличия “подушки”? Сравнительные справочные данные по свойствам брони и дерева приведены в таблице.

	Сталь	Дерево
Плотность	7700 кг/м <sup>3</sup>	800 кг/м <sup>3</sup>
Теплоемкость	0,5 КДж/кг·К	2,4 КДж/кг·К
Скорость звука	5800 м/с	5000 м/с
Модуль Юнга	210 ГПа	14 ГПа

### 2. «Влажность»

В открытый сосуд налили некоторое количество воды, находящейся при  $0^\circ\text{C}$ , а затем герметично закрыли его (при этом в сосуде оказалось также некоторое количество воздуха). Подождав длительное время, сосуд начали медленно нагревать, измеряя при этом температуру и давление внутри сосуда. Полученные результаты представлены в таблице. Оцените по этим данным температуру, при которой вся вода в сосуде испарилась, а также относительную влажность воздуха в сосуде при температуре  $100^\circ\text{C}$ . Атмосферное давление  $10^5$  Па.

$t, ^\circ\text{C}$	0	10	20	30	40	50
$p, 10^5$ Па	1,005	1,050	1,097	1,152	1,221	1,309
$t, ^\circ\text{C}$	60	70	80	90	95	100
$p, 10^5$ Па	1,422	1,574	1,776	1,928	1,954	1,980

### 3. «4 заряда»

Четыре небольших одинаково заряженных бусинки массой  $m$  каждая соединили четырьмя одинаковыми непроводящими нитями и подвесили за одну из бусинок, при этом нити, идущие от точки подвеса, образовали угол  $60^\circ$ . Определите силы натяжения нитей.

#### 4. «Электромагнит»

Обмотка электромагнита имеет полное сопротивление  $10\ \text{Ом}$  и коэффициент мощности  $\cos\varphi_0=0,6$ . Каким стало значение коэффициента мощности после того, как к обмотке присоединили параллельно конденсатор с реактивным сопротивлением  $7\ \text{Ом}$ .

#### 5. «Зеркальная труба»

К одному концу цилиндрической трубы радиуса  $R$  и длины  $4F$ , внутренние стенки которой являются идеальными зеркалами, приставлена идеальная собирающая линза с фокусным расстоянием  $F$ , главная оптическая ось которой совпадает с осью трубы, а другой конец трубы закрыт непрозрачной заслонкой (см. рис. 3). На расстоянии  $4F$  справа от трубы размещен перпендикулярно к оси экран, а слева от трубы на ее оси находится точечный источник света. В точке пересечения оси трубы с заслонкой в последней проделано маленькое отверстие, так что если источник света находится в фокусе линзы, то в центре экрана видно точечное световое пятно. Каковы будут форма и размер светлых пятен на экране, если источник удален от линзы на расстояние  $L > F$ ?

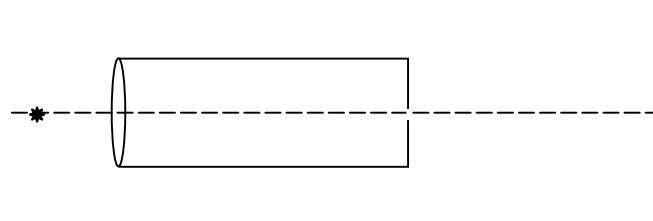


Рис. 3

## Решения задач

## 8 класс

1. По определению средняя скорость есть отношение всего пути ко всему времени движения:  $v_{\text{ср}} = \frac{S}{t}$ .

Из условия следует, что длина третьего участка составляет  $\frac{5}{12}$  всего пути, а время — одну четвертую часть всего времени. Поэтому

$$v_3 = \frac{S_3}{t_3} = \frac{5}{3} \cdot \frac{S}{t} = \frac{5}{3} v_{\text{ср}}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{3}{5} v_3 = 60 \text{ км/ч}$$

Скорость на первом участке  $v_1 = \frac{S_1}{t_1} = \frac{S \cdot 2}{4 \cdot t} = \frac{1}{2} v_{\text{ср}} = 30 \text{ км/час}$ , а на втором:

$$v_2 = \frac{S_2}{t_2} = \frac{S \cdot 4}{3 \cdot t} = \frac{4}{3} v_{\text{ср}} = 80 \text{ км/час.}$$

**Ответ:** средняя скорость 60 км/ч, скорость на первом участке 30 км/ч, а на втором 80 км/ч.

2. Условие плавания льдины выражает равенство силы гравитационного притяжения и силы Архимеда:  $mg = F_A$ .

Выражая силы через плотности и объемы, имеем:

$$\rho_o S(H - h)g = \rho S H g,$$

где  $H$  — толщина льдины,  $h$  — расстояние от поверхности льдины до воды.

Отсюда получаем для толщины льдины:  $H = \frac{h}{(1 - \frac{\rho}{\rho_o})} = 1,5/0,1 = 15 \text{ м.}$

**Ответ:** 15 м.

3. Тепло, выделившееся при замерзании воды идет на нагревание воздуха. Тогда уравнение теплового баланса примет вид

$$C \rho S H \Delta T = \lambda \rho_o S h,$$

где  $S$  — площадь пола хранилища,  $H$  — его высота,  $h$  — толщина слоя воды,  $\rho$  и  $\rho_o$  — плотности воздуха и воды. Отсюда сразу получаем  $h = \frac{C \rho H \Delta T}{\lambda \rho_o} \approx 0,06 \text{ мм,}$

$$V = 500 \times 1000 \times 6 \cdot 10^{-5} \text{ дм}^3 = 30 \text{ л}$$

Заметим, что при замерзании этой воды выделится около 10 МДж. Такое же количество тепла можно получить при сжигании в помещении примерно 0,5 кг дров открытым пламенем.



При таянии это же тепло будет отнято у воздуха хранилища. Однако, этот процесс может быть растянут во времени или перенесен на весеннее время, когда окажется только на пользу.

Заметим также, что учет присутствия овощей для минимальной оценки необязателен, так как биологические процессы идут, как правило, с выделением тепла, а значит овощи немного подогревают сами себя.

**Ответ:** примерно 30 л воды, толщина слоя составит примерно 0,06мм.

### 9 класс

1. Построим графики зависимости смещения  $x$  и пути  $S$  от времени (см. рис.4 и 5 соответственно).

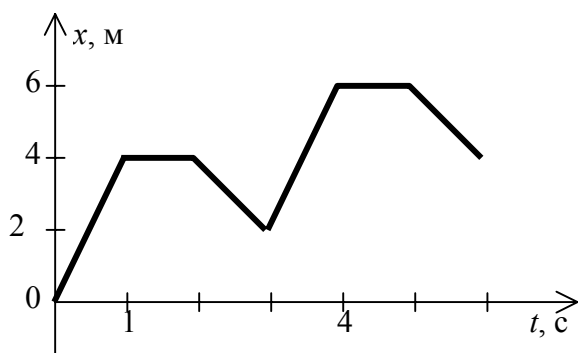


Рис. 4

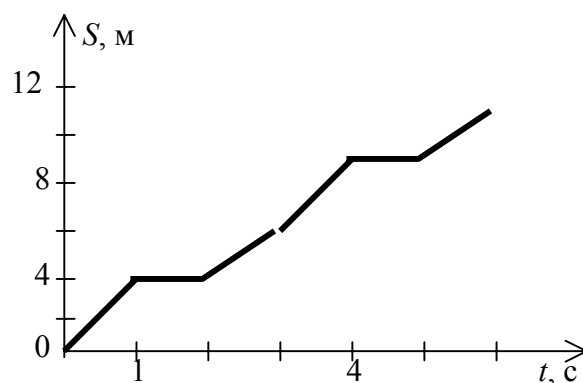


Рис. 5

Т.к. скорость изменяется периодически с периодом 3 с, то приращение смещения и пути за каждые последовательные 3 с будут одинаковы и равны 2 м и 6 м соответственно. Тогда за 99 секунд перемещение составит 66 м, а путь 198 с. За последнюю, 100-ю секунду тело пройдет 4 метра вправо по оси  $X$ , поэтому общие перемещение и путь составят 70 м и 202 м соответственно.

**Ответ:** 70 м, 202 м.

2. Для пути при равноускоренном падении справедлива формула:  $S = \frac{gt^2}{2}$ .

Если время измерять промежутками длительностью  $\tau$ , то эта формула примет вид:  $S = \frac{g(n\tau)^2}{2}$ . Тогда для отрезка пути, пройденного за  $n$ -й промежуток,

получим:  $S_n - S_{n-1} = \frac{g(n\tau)^2}{2} - \frac{g((n-1)\tau)^2}{2}$ .

Преобразуем эту формулу:  $\Delta S_n = \frac{g\tau}{2} \{n^2 - (n^2 - 2n + 1)\} = \frac{g\tau}{2} \{2n - 1\}$ , то есть пройденный за  $n$ -й промежуток времени путь пропорционален нечетному числу  $(2n-1)$ . Это и требовалось доказать.

Для расстояний, пройденных за последовательные третью и шестую секунды, запишем ряд значений:

$$\frac{\Delta S_1}{\Delta S_2} = \frac{1}{3}, \quad \frac{\Delta S_2}{\Delta S_3} = \frac{3}{5}, \quad \frac{\Delta S_3}{\Delta S_4} = \frac{5}{7}, \quad \frac{\Delta S_4}{\Delta S_5} = \frac{7}{9}, \quad \frac{\Delta S_5}{\Delta S_6} = \frac{9}{11}, \quad \dots$$

Отсюда:  $\frac{\Delta S_3}{\Delta S_6} = \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{9}{11} = \frac{5}{11}$

**Ответ:** 5/11.

**3.** Перейдем в систему отсчёта, связанную со средой (т.к. скорость ветра постоянна, то эта система инерциальная). Именно в этой системе отсчёта сила сопротивления направлена против скорости движения. При очень долгом движении тела сила сопротивления уравнивает силу тяжести и тело начинает двигаться равномерно. Тогда можно записать условие равенства сил сопротивления и тяжести как  $mg = kv^2$ , где  $v$  – направленная вертикально вниз скорость падения тела в подвижной системе отсчёта, откуда находим коэффициент пропорциональности  $k = mg/v^2$ . Так как при переходе в неподвижную систему отсчёта к скорости тела добавится горизонтальная составляющая  $u$ , получим  $\operatorname{tg} \alpha = v/u$ . Тогда искомый коэффициент сопротивления равен  $\frac{mg}{u^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}$ .

**Ответ:**  $k = \frac{mg}{u^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}$

**4.** Удачный удар – лобовой, а светится, конечно, не все ядро, а только передняя часть. Определим количество теплоты, идущее на нагревание передней части ядра:  $\frac{mV^2}{2} \cdot \frac{1}{2} = c \cdot \frac{m}{3} \cdot \Delta T$ . (Т.к. передняя треть раскаляется вдвое сильнее, чем задняя, то на ее нагрев идет половина всей энергии, пошедшей на нагрев ядра, отсюда и коэффициент 1/2 в правой части.) Отсюда следует, что для наблюдения подобного эффекта необходима скорость около 650 м/с.

*Замечание:* конечно, эта скорость несколько больше реальной скорости ядер того времени, однако в действительности разогревается до 700°C не передняя треть, а существенно меньшая часть объема, что делает возможным достижение такого эффекта при существенно меньших скоростях.

**Ответ:** примерно 650 м/с.

**5.** Пусть внутреннее сопротивление вольтметра  $R_V$ , а амперметра  $R_A$ ,  $R$  – искомое сопротивление резистора. Тогда для схемы а) можно записать  $\frac{RR_V}{R + R_V} = \frac{V_1}{I_1}$ .

Аналогично для схемы б)  $R + R_A = \frac{V_2}{I_2}$ , а для схемы в)  $R_V = \frac{V_3}{I_3}$ . Откуда сразу

получаем  $R_V = 9,9$  кОм, тогда  $R = 100$  Ом, а  $R_A = 1$  Ом.

**Ответ:** 1 Ом.

## 10 класс

1. Плотность пены можно определить как отношение массы смеси к ее объему

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{m_G + m_L}{V}.$$

(Здесь массы воздуха и шампуня обозначены  $m_G$  и  $m_L$  соответственно).

Чтобы в это соотношение ввести плотности веществ, его необходимо преобразовать  $\rho = \frac{M}{V} = \frac{\rho_G \cdot V_G + \rho_L \cdot V_L}{V_G + V_L}$ .

Учитывая, что массы воздуха и шампуня равны, и выражая объем шампуня через объем воздуха, получим

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_G} + \frac{1}{\rho_L} \right), \text{ откуда } \rho = \frac{2\rho_G\rho_L}{\rho_G + \rho_L} \approx 2,6 \text{ г/л.}$$

**Ответ:** 2,6 г/л.

2. Запишем кинематические соотношения (обозначения см. на рис. 6):

$$X = V_o \cos\alpha \cdot t, \quad Y = V_o \sin\alpha \cdot t - \frac{g}{2} t^2$$

$$V_x = V_o \cos\alpha, \quad V_y = V_o \sin\alpha - gt$$

Из условия задачи следует, что в момент разрыва выполняются условия равенства значений горизонтальной и вертикальной проекции импульса (и скоростей, при равных массах). Иначе, в этот момент скорость направлена под углом  $45^\circ$  к горизонту. Отсюда следует  $V_o \cos\alpha = V_o \sin\alpha - gt$

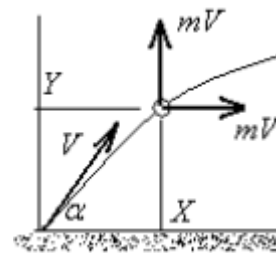


Рис. 6

Получим отсюда значение  $t$  и подставим его в выражение для вертикальной координаты. Получим:

$$Y = V_o \sin\alpha \cdot t - \frac{g}{2} t^2 = V_o \sin\alpha \cdot \frac{V_o (\sin\alpha - \cos\alpha)}{g} - \frac{g V_o^2}{2} \left( \frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{g} \right)^2.$$

Тогда  $Y = \frac{V_o^2}{g} (\sin^2\alpha - \frac{1}{2})$ . Отметим, что если  $\alpha < 45^\circ$ , то решение получается отрицательным. Это значит, что снаряд разорвется в тот момент, когда он находится ниже начальной высоты.

**Ответ:**  $\frac{V_o^2}{g} (\sin^2\alpha - \frac{1}{2})$

3. Для первой минуты нагревания имеем:

$$cm\Delta t_1 = P\tau - \alpha(t_1 - t_0)\tau. \quad (1)$$

Здесь  $c$  – удельная теплоемкость воды,  $m$  – ее масса,  $P$  – мощность нагревателя,  $\tau$  – минутный интервал времени,  $\alpha(t_1 - t_0)$  – мощность тепловых потерь в окружающую среду.

В конце процесса нагрева вся мощность нагревателя рассеивается в окружающую среду:

$$P = \alpha(t_2 - t_0). \quad (2)$$

В первую минуту после выключения нагревателя:

$$cm\Delta t_2 = \alpha(t_2 - t_0)\tau. \quad (3)$$

Из (2) и (3) получаем, что

$$cm = \frac{P\tau}{\Delta t_2}. \quad (4)$$

Поэтому уравнение (1) преобразуется к виду:

$$\frac{P\tau}{\Delta t_2} \Delta t_1 = P\tau - \alpha(t_1 - t_0)\tau.$$

Отсюда

$$\alpha(t_1 - t_0) = P \left( 1 - \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \right). \quad (5)$$

После несложных преобразований из (2) и (5) окончательно получим:

$$t_0 = t_2 - \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} (t_2 - t_1).$$

После подстановки исходных данных, получаем  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ .

**Ответ:**  $0^\circ\text{C}$ .

4. Для измерения мощности можно собрать две схемы, приведенные на рис. 7. При использовании схемы на рис. 7а вольтметр подключается парал-

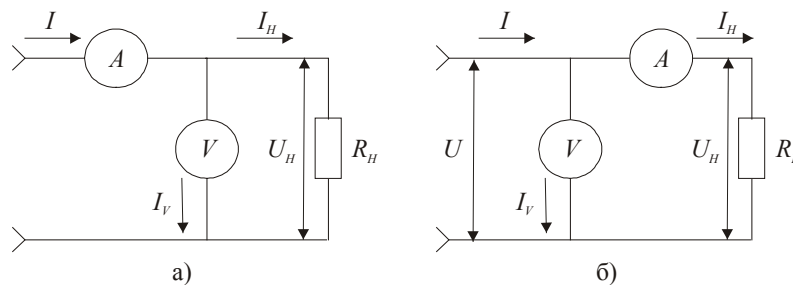


Рис. 7

лельно нагрузке, а амперметр – последовательно, поэтому измеренное значение мощности постоянного тока  $P = U_V I_A = (I_H + I_V) U_H = I_H U_H + I_V U_H = P_H + I_V U_H$ , где  $I_A$  – ток, измеряемый амперметром;  $I_H$  – ток, протекающий через сопротивление нагрузки  $R_H$ ;  $I_V$  – ток, протекающий через вольтметр;  $P_H$  – действительное значение измеряемой мощности.

Абсолютная методическая погрешность измерения мощности по схеме рис. 7а составляет  $\Delta P = P - P_H = I_V U_H$

Относительная методическая погрешность в этом случае рассчитывается по формуле

$$\delta P_a = \frac{\Delta P}{P_H} = \frac{I_V U_H}{I_H U_H} = \frac{I_V}{I_H} = \frac{U_H / R_V}{U_H / R_H} = \frac{R_H}{R_V}.$$

Аналогично для схемы рис. 7б измеряемое значение мощности

$$P = IU_H = I_H (U_H + U_A) = I_H U_H + I_H U_A = P_H + I_H U_A,$$

где  $U_H$  — напряжение, измеряемое вольтметром;  $U_A$  — падение напряжения на амперметре. При этом абсолютная методическая погрешность измерения мощности  $\Delta P_6 = P - P_H = I_H U_A$

Относительная методическая погрешность в данном случае рассчитывается по формуле

$$\delta P_6 = \frac{\Delta P_6}{P_H} = \frac{I_H U_A}{I_H U_H} = \frac{U_A}{U_H} = \frac{I_H R_A}{I_H R_H} = \frac{R_A}{R_H}.$$

Анализ формул, описывающих относительные погрешности, показывает, что первую схему целесообразно использовать для измерения мощности низкоомных нагрузок, так как при  $R_H \rightarrow 0$  погрешность также стремится к нулю. По аналогичным причинам вторую схему выгоднее применять для измерения мощности на высокоомных нагрузках. Граница между высокоомными и низкоомными нагрузками определяется в рассматриваемом случае параметрами используемых средств измерений. Действительно, из равенства методических погрешностей для каждой из схем получаем

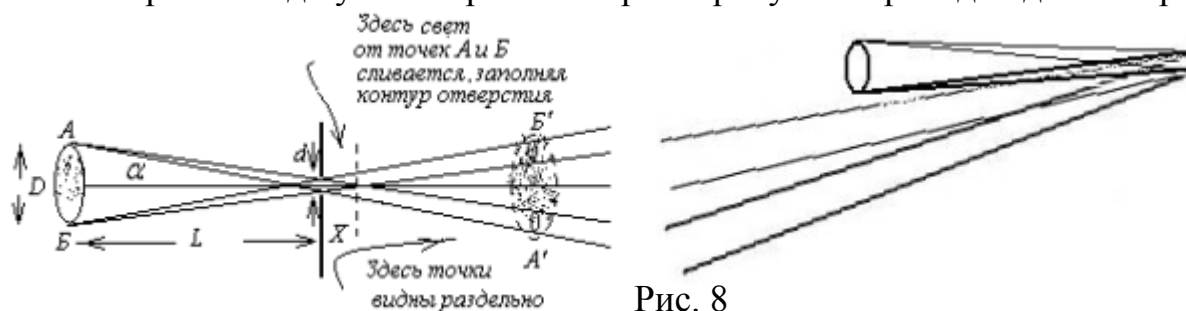
$$R_{кр} = \sqrt{R_V R_A}.$$

Пусть  $R_A = 10 \text{ Ом}$ , а  $R_V = 1000 \text{ Ом}$ , тогда  $R_{кр} = 100 \text{ Ом}$ . В рассматриваемом случае при  $R_H = 90 \text{ Ом}$ , надо использовать схему рис. 7а, и методическая погрешность измерения мощности в этом случае составит 9 %.

**Ответ:** необходимо собрать схему, изображенную на рис. 7а, относительная погрешность составит 9%.

**5.** По сути это задача на камеру-обскуру. Обратим внимание: для формирования изображения нужна всего лишь диафрагма – ограничение поперечного размера светового потока

Изобразим ход лучей на рис. 8. Первый рисунок приведен для построения



изображения в дырочке. Для построения изображения в зеркальце рисунок нужно перегнуть по линии сгиба, проходящей через линию диафрагмы зеркала или дырочки. Очевидно, что для оценки важно почти перпендикулярное расположение дырочки (зеркальца), в противном случае изображения будут искаженными. Из рисунка видно, что соотношения между параметрами картины находятся из подобия двух треугольников:

$$\frac{D}{d} \approx \frac{L}{X}. \text{ Здесь учтено, что } L \gg X. \text{ Отсюда } X \approx d \frac{L}{D} \approx \frac{d}{\alpha}.$$



Рис. 9

Можно продемонстрировать образование изображений спирали лампы на разных расстояниях от отверстий (здесь – сеточка кофейника). Вблизи световые пятна от отверстий – круглые

Обратимся к цифрам: угловой размер Солнца  $\frac{D}{L} = 0,5^\circ \approx 10^{-2}$ . При характерном размере зеркала около 3 см зайчик будет сохранять форму зеркала в ближней зоне, вплоть до расстояния примерно 3 м. Далее вместо зайчика в форме очертания зеркала мы увидим тусклое круглое размытое пятно изображения солнечного диска диаметром около  $\delta \approx X \cdot \alpha \approx 3 \text{ см}$ . Этот диаметр уже не будет зависеть от дальнейшего уменьшения размера зеркала! Четкость будет улучшаться, а вот освещенность будет падать. (Подобные опыты можно провести и с лампочкой накаливания, см. рис.9).

**Ответ:** на расстоянии меньше 3 м – форму зеркала, больше 3 м – форму солнечного диска.

## 11 класс

1. Средняя сила удара снаряда массой  $m$ , летящего со скоростью  $V$ , может быть определена по основному закону динамики:  $F = \frac{\Delta(mV)}{\tau}$ , где  $\tau$  – длительность удара. Чем больше это время, тем больше ослабляется удар. Для слоистого материала "деревянной брони" время удара можно оценить как  $\tau = \frac{d_{st}}{c_{st}} + \frac{d_w}{c_w}$ , где  $c$  – скорость распространения волны сжатия (звука),  $d$  – толщина брони. Т.к. первое слагаемое равно  $5,2 \cdot 10^{-5}$  с, а второе  $6,6 \cdot 10^{-5}$  с, то сила удара ослаблялась примерно вдвое, то есть настолько же, насколько ослабила бы ее удвоенная толщина брони.

**Ответ:** примерно в два раза.

2. По закону Дальтона давление в сосуде складывается из давления воздуха и давления водяного пара. При нагревании давление воздуха зависит от температуры по закону Шарля, а давление водяного пара изменяется более сложным образом. Пока в сосуде присутствует вода, водяной пар (при медленном нагреве) всегда будет насыщенным, и зависимость давления в сосуде от температуры выражается формулой:

$$p(t) = p_{\text{н.п.}}(t) + p_0(t+273)/273, \quad (1)$$

где  $p_0$  – атмосферное давление (т.к. вначале сосуд был открыт, то при  $0^\circ\text{C}$  давление воздуха равно атмосферному). Соотношение (1) будет справедливо вплоть до некоторой температуры  $t_1$  (которую и нужно определить), при которой вся вода испарится. После этого водяной пар перестанет быть насыщенным и с достаточно хорошей точностью будет описываться законами идеального газа. Поэтому далее процесс будет чисто изохорным и давление будет зависеть от температуры как

$$p(t)=p(t_1)(t+273)/(t_1+273) \quad (2)$$

Зависимость давления насыщенного пара от температуры нелинейна, а соотношение (2) линейно. Соответственно, момент перехода наблюдаемой зависимости от нелинейной к линейной и определит искомую температуру. Подсчитаем среднюю скорость увеличения температуры на различных участках графика:

$t, ^\circ\text{C}$	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-95	95-100
$p, 10^5\text{Па}$	1,005	1,050	1,097	1,152	1,221	1,309	1,422	1,574	1,776	1,928	1,954
$\Delta p/\Delta t,$ $10^3\text{Па}/^\circ\text{C}$	0,45	0,47	0,61	0,69	0,88	1,12	1,52	2,02	1,52	0,52	0,52

Видно, что вплоть до  $80^\circ\text{C}$  средняя скорость нарастает, а на двух последних интервалах она постоянна (и существенно меньше, чем почти на всех предыдущих). Это заставляет предположить, что температура  $t_1$  заключена между  $80$  и  $90^\circ\text{C}$ .

Для более точного определения необходимо найти, хотя бы приближенно, точку пересечения зависимостей (1) и (2). Наиболее простой способ состоит в интерполяции зависимости (1) на участок  $80^\circ\text{C} - 90^\circ\text{C}$  линейной зависимостью со скоростью роста давления  $2,02 \cdot 10^3 \text{ Па}/^\circ\text{C}$ . Тогда точка пересечения оценивается как  $86,7^\circ\text{C}$  (в действительности при численном моделировании в качестве использовалась точка  $85^\circ\text{C}$ ). Все другие способы, реализация которых возможна в условиях олимпиады (например, графическая оценка) вряд ли дадут более точный результат.

Относительная влажность воздуха, как известно, может быть определена как отношение давления паров воды к давлению насыщенных паров воды при постоянной температуре. Давление насыщенных паров воды при  $100^\circ\text{C}$  равно атмосферному (т.е.  $10^5 \text{ Па}$ ). Давление же паров воды в сосуде при  $100^\circ\text{C}$  равно  $p_1 \cdot 373/(t_1+273)$ , где  $p_1$  – давление паров воды при температуре  $t_1=86,7^\circ\text{C}$ . Его можно определить из соотношения:

$$p(t_1)=p_0 \cdot (t_1+273)/273+p_1,$$

где  $p(t_1)$  – давление в сосуде при температуре  $t_1$  (здесь учтено, что в начале эксперимента давление воздуха было равно атмосферному). Для определения  $p(t_1)$  можно опять воспользоваться линейной аппроксимацией зависимости давления от температуры на участке 80-90°C. Тогда получим  $p(t_1)=1,911 \cdot 10^5$  Па (отметим, что по более точной интерполяционной формуле получается значение  $p(t_1)=1,901 \cdot 10^5$  Па, т.е. мы допустили погрешность порядка 0,5%).

Тогда давление водяного пара при 100°C составит  $0,617 \cdot 10^5$  Па, т.е. относительная влажность примерно 60%.

*Примечание:* использованная зависимость давления насыщенного пара от температуры, полученная интерполяцией данных справочника Н.И. Кошкина и М.Г. Ширкевича (М.: Физматлит, 1972), приведена на рис.10, а интерполяция данных таблицы приведена на рис.11

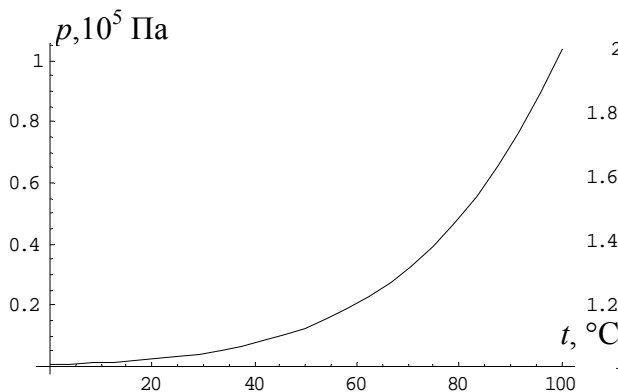


Рис. 10

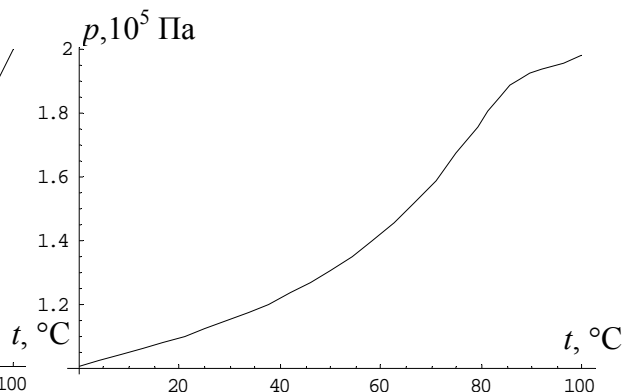


Рис. 11

**Ответ:** 86,7°C, 60%

3. Очевидно, что в силу симметрии необходимо рассмотреть только силы, действующие на нижнюю и одну боковую бусинку. Пусть заряды бусинок  $q$ , сила натяжения верхних нитей  $T_2$ , нижних –  $T_1$ , длина каждой из нитей  $l$ . Тогда, т.к. угол между нитями в точке подвеса равен  $60^\circ$ , то расстояние между «боковыми» бусинками равно длине нити (см. рис. 12).

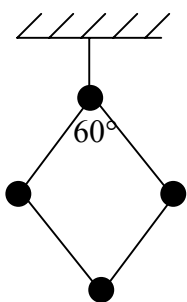


Рис. 12

Условие равновесия для бокового заряда в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси имеет вид:

$$(T_1 + T_2) \sin 30^\circ = (2 \sin 30^\circ + 1) k \frac{q^2}{l^2},$$

$$(T_2 - T_1) \cos 30^\circ = mg.$$

Подставляя числовые значения, имеем



$$T_2 + T_1 = 4k \frac{q^2}{l^2},$$

$$T_2 - T_1 = mg \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Для нижнего заряда в силу симметрии системы нетривиальный результат даст только проекций условия равновесия на вертикальную ось:

$$2T_1 \cos 30^\circ = mg + 2k \frac{q^2}{l^2} \cos 30^\circ + k \frac{q^2}{(2l \cos 30^\circ)^2}.$$

После подстановки числовых данных имеем

$$T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} + k \frac{q^2}{l^2} \left(1 + \frac{1}{3\sqrt{3}}\right).$$

Таким образом, имеем систему из трех уравнений с тремя неизвестными:  $T_1$ ,  $T_2$  и  $kq^2/l^2$ .

Выражая  $T_1$  и  $T_2$  через третье неизвестное и подставляя результат в первое уравнение, имеем  $\frac{4mg}{\sqrt{3}} = 2k \frac{q^2}{l^2} \left(1 - \frac{1}{3\sqrt{3}}\right)$ , откуда  $k \frac{q^2}{l^2} = \frac{6mg}{(3\sqrt{3} - 1)}$ . Тогда нахо-

дим искомые величины сил натяжения:  $T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} \frac{9\sqrt{3} + 1}{3\sqrt{3} - 1}$ ,  $T_2 = \frac{mg}{\sqrt{3}} \frac{15\sqrt{3} - 1}{3\sqrt{3} - 1}$ .

**Ответ:** натяжение нижних нитей  $T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} \frac{9\sqrt{3} + 1}{3\sqrt{3} - 1}$ , верхних  $T_2 = \frac{mg}{\sqrt{3}} \frac{15\sqrt{3} - 1}{3\sqrt{3} - 1}$ .

4. Построения векторных диаграмм представлены на рис. 13. Слева от схемы – диаграмма ветви электромагнита. Справа – диаграмма ветви с конденсатором. Внизу – совмещение диаграмм на основании равенства приложенного напряжения  $U_0$  для получения результирующей диаграммы с полным током  $I_0$ . Задачей является получение выражения для  $\cos \varphi_2$  между током  $I_0$  и напряжением  $U_0$ .

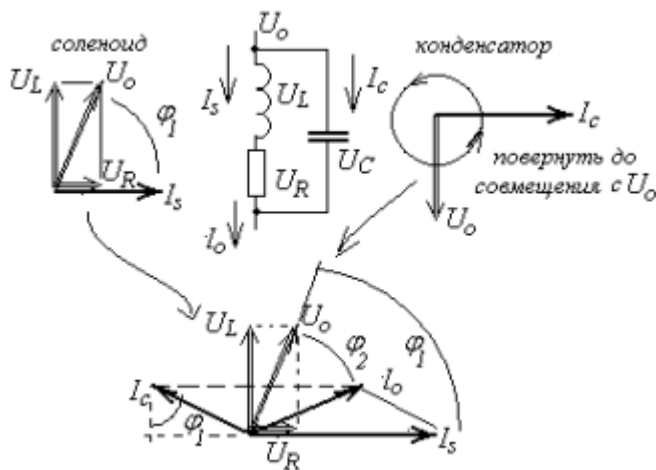


Рис. 13

На первом этапе запишем очевидные соотношения:  $I_c = U_0/Z_2$  и  $I_s = U_0/Z_1$  ( $Z_1$  и  $Z_2$  – сопротивления обмотки магнита и конденсатора соответственно).

(возможная ловушка!:  $I_0 \neq U_0/Z_{12}$ , где  $Z_{12} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$  – реактивные импедансы не

подчиняются этому правилу – так можно делать лишь в комплексной форме, где комплекс учитывает и фазу и модуль).

Далее учтем равенство вертикальных проекций векторов токов  $I_c$  и  $I_o$ :

$$I_c \cos \varphi_1 = I_o \sin(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Теперь – соотношение для горизонтальных проекций этих векторов:

$$I_o \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = I_s - I_c \sin \varphi_1$$

Осталось решить систему этих двух уравнений.

Исключим ток  $I_o$ :

$$\frac{I_c \cos \varphi_1}{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)} = \frac{I_s - I_c \sin \varphi_1}{\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Подставим значения токов и исключим  $I_o$

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \frac{\cos \varphi_1}{Z_2} = \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \left( \frac{1}{Z_1} - \frac{1}{Z_1} \sin \varphi_1 \right)$$

$$\text{Преобразовывая, имеем: } \varphi_2 = \arctg \frac{\left( \frac{Z_1}{Z_2} - \sin \varphi_1 \right)}{\cos \varphi_1}$$

$$\text{Окончательно: } \cos \varphi_2 = \cos \left\{ \arctg \frac{\left( \frac{Z_1}{Z_2} - \sin \varphi_1 \right)}{\cos \varphi_1} \right\} = 0,7$$

**Ответ:** 0,7.

**5.** Если источник находится в фокусе линзы, то после прохождения линзы мы имеем параллельный оси пучок лучей. Через заслонку пройдут только те из них, которые попадут прямо в отверстие, т.е. в рамках используемых приближений – один луч, идущий по главной оптической оси, который и даст на экране точечное пятно в центре. Отметим, что этот луч присутствует при любом положении источника, поэтому точечное пятно в центре будет всегда.

Если немного увеличить расстояние от линзы до источника, то вместо параллельного получится слабосходящийся пучок лучей, который дал бы изображение справа от трубы (рис. 14а). Из рисунка хорошо видно, что через отверстие пройдет только луч, идущий по оси, и картина на экране не претерпит изменений.

Качественные изменения произойдут, когда источник будет находиться на расстоянии  $\frac{4}{3}F$  от линзы, при этом изображение получается на расстоянии  $4F$  от линзы, т.е. непосредственно в отверстии (рис. 14б). В этом случае на экране будет светлое пятно, радиус которого равен радиусу трубы  $R$ .

При незначительном увеличении расстояния до источника изображение окажется внутри трубы, однако при этом по-прежнему через отверстие будет проходить только центральный луч, т.е. на экране опять будет точечное пятно в центре (рис. 14в).

Таким образом, если изображение находится не точно в отверстии, то непосредственно в отверстие попадает только центральный луч. Однако возможна ситуация, когда в отверстие пройдет луч после одного отражения от стенки (рис. 14г). Она наступит, если изображение находится

на расстоянии  $\frac{4}{3}F$  от линзы (при этом источник будет находится на  $4F$  от линзы).

В этом случае на экране, помимо центральной точки, будет видно светлое кольцо

радиуса  $3R$ . Понятно, что при меньших расстояниях от линзы до изображения в отверстие будет проходить не "крайний", а более близкий к оси луч, а радиус светлого кольца в этом случае будет определяться по формуле

$$r = 4F \frac{2R}{4F - x} = 8R \frac{L - F}{3L - 4F},$$

в частности, для бесконечно удаленного источника радиус кольца будет равен  $\frac{8}{3}R$ .

Несложно видеть, что при произвольных геометрических параметрах системы возможны ситуации, когда луч попадает в отверстие после 2-х (рис. 14д), 3-х и т.д. отражений. Однако в рассматриваемой системе такие случаи реализовать не удастся, поскольку для случая  $n$  отражений необходимо, чтобы изображение находилось не дальше, чем  $\frac{4}{2n+1}F$ .

Уже при  $n=2$  это расстояние меньше фокусного.

**Ответ:** при  $L < \frac{4}{3}F$  и  $\frac{4}{3}F < L < 4F$  на экране только точечное пятно в центре;

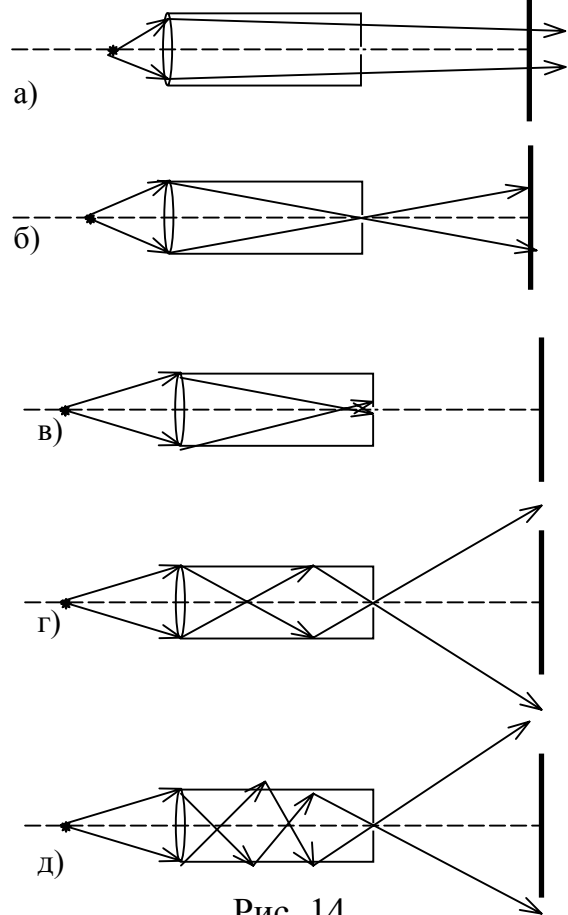


Рис. 14

при  $L = \frac{4}{3}F$  на экране светлый круг радиуса  $R$ .

при  $L > 4F$  на экране точечное пятно и тонкое кольцо радиуса  $8R \frac{L - F}{3L - 4F}$ .

*Примечание:* видно, что получившаяся зависимость ”негладкая”. Это следствие идеализации: точечности отверстия. Если рассмотреть отверстие конечных размеров, то при приближении изображения из ”бесконечности” к трубе радиус светлого пятна на экране будет меняться (имея равный нулю минимум в том случае, когда изображение образуется на экране), а кольца будут иметь конечную толщину, также изменяющуюся при движении источника.